



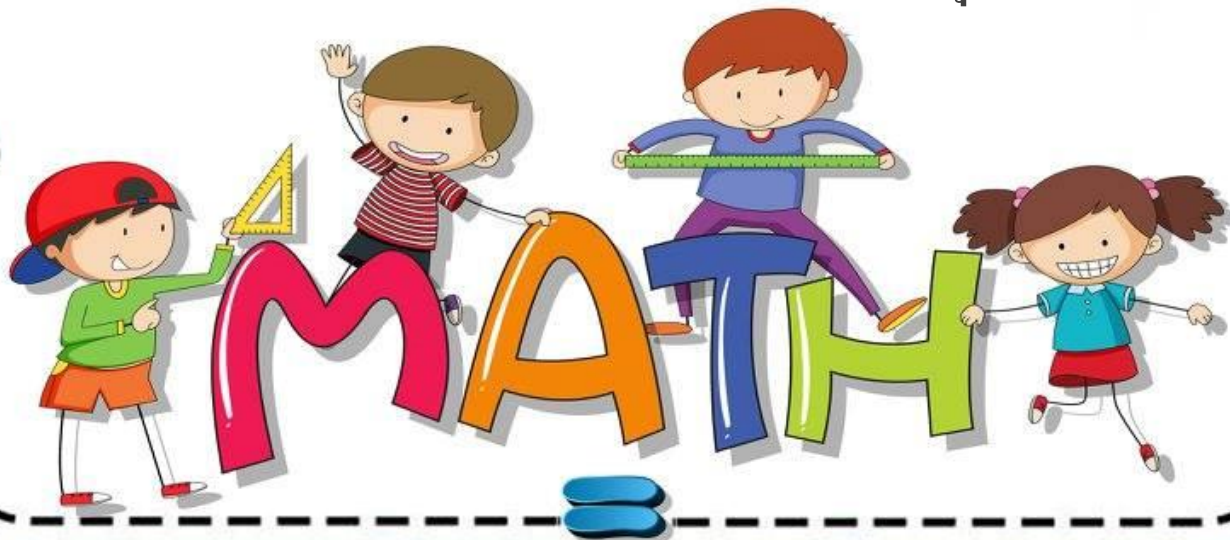
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนวัดทำบันเทียงธรรม

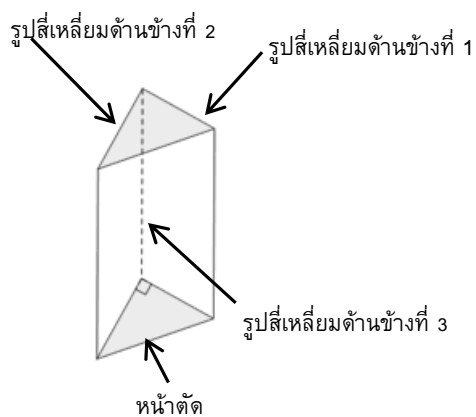
สังกัดองค์การบริหารส่วนจังหวัดนนทบุรี



พื้นที่ผิวของปริซึม

พื้นที่ผิวของปริซึม หมายถึง ผลรวมของพื้นที่ทุกด้านของปริซึม ดังนี้

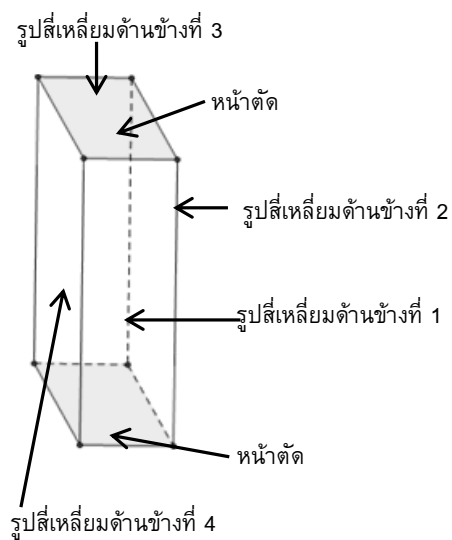
ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก



พื้นที่ผิวของปริซึม

= พื้นที่ผิวข้างทั้งหมด + พื้นที่หน้าตัด 2 ด้าน รวมกัน
 = พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูป 1, 2, 3 รวมกัน + พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหัวท้ายรวมกัน

ปริซึมสี่เหลี่ยม



พื้นที่ผิวของปริซึม

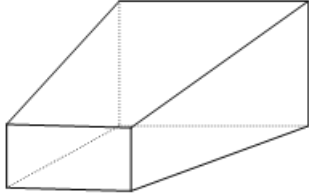
= พื้นที่ผิวข้างทั้งหมด + พื้นที่หน้าตัด 2 ด้าน รวมกัน
 = พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูป 1, 2, 3, 4 รวมกัน + พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมหัวท้ายรวมกัน

ใบงานที่
1

ปริซึม

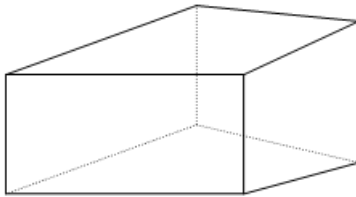
คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์รูปเรขาคณิตต่อไปนี้ว่า รูปใดเป็นปริซึม

1.



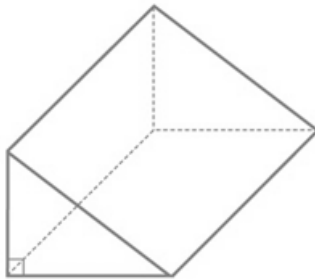
ตอบ.....

2.



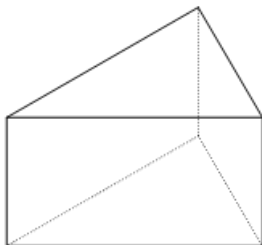
ตอบ.....

3.



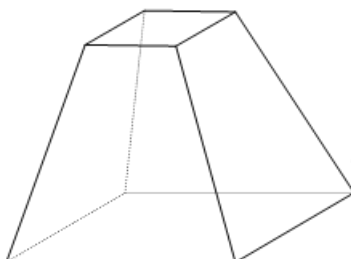
ตอบ.....

4.



ตอบ.....

5.



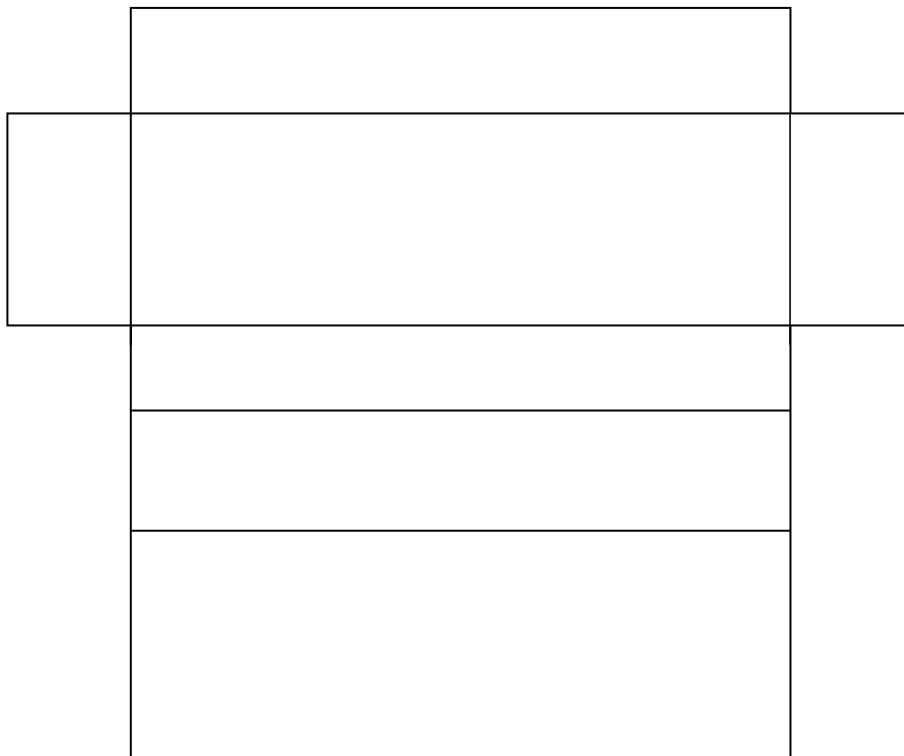
ตอบ.....

ใบงานที่ 2

รูปคลี่

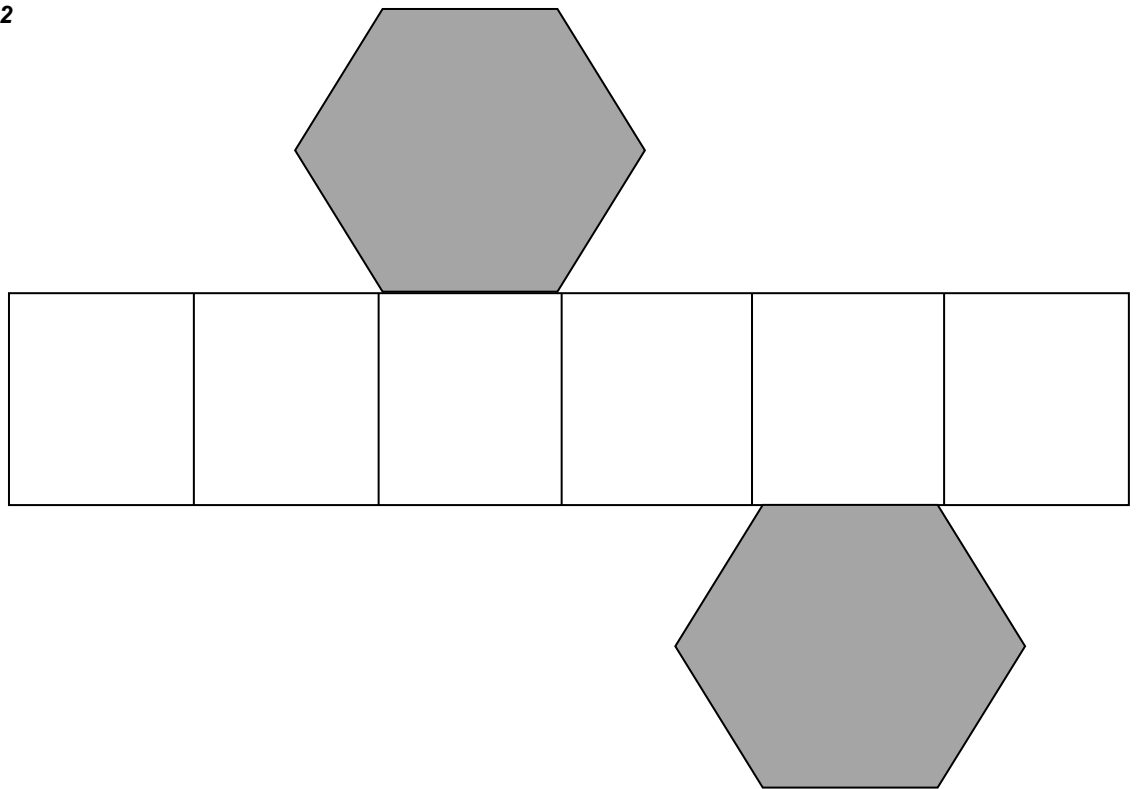
คำชี้แจง ให้นักเรียนตัดรูปต่อไปนี้ แล้วประกอบให้เป็นทรงเรขาคณิต แล้วบอกลักษณะของทรงเรขาคณิตที่ได้

รูปที่ 1



ลักษณะของทรงเรขาคณิตที่ได้.....

รูปที่ 2



ลักษณะของทรงเรขาคณิตที่ได้.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบงานที่
3

การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้

1.



.....

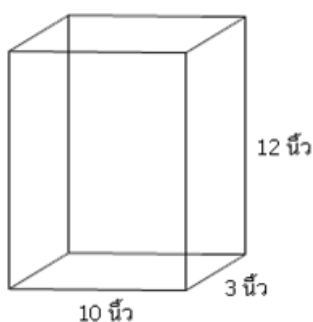
.....

.....

.....

.....

2.



.....

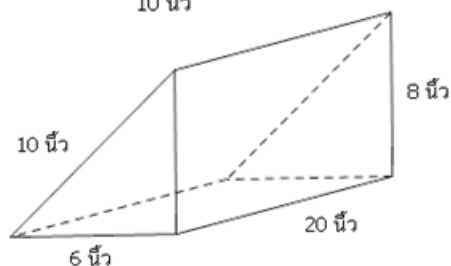
.....

.....

.....

.....

3.



.....

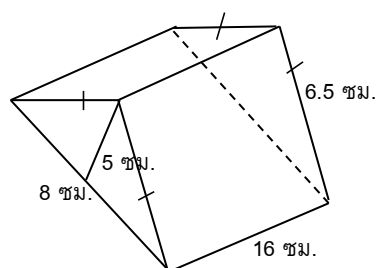
.....

.....

.....

.....

4.



.....

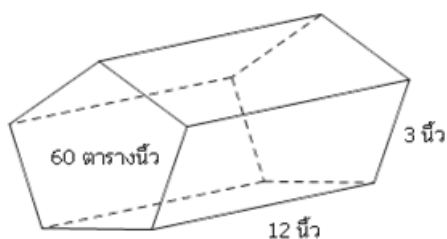
.....

.....

.....

.....

5.



.....

.....

.....

.....

.....



ใบความรู้

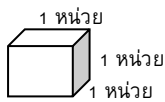
การหาปริมาตรของปริซึม

นักเรียนรู้จักการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมาแล้ว ดังนั้น สูตรการหาปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก จึงเป็นสูตรเดียวกันกับสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กล่าวคือ

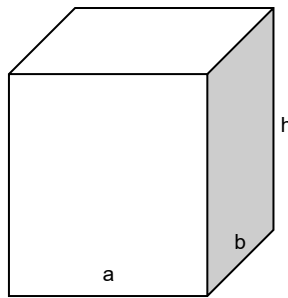
$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง} \\ &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}\end{aligned}$$

ดังนั้น ทรงลูกบาศก์ที่มีด้านยาวด้านละ 1 เซนติเมตร ดังรูป ก

$$\begin{aligned}\text{จะมีปริมาตร} &= 1 \times 1 \times 1 \\ &= 1 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}\end{aligned}$$



รูป ก



รูป ข

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก (รูป ข) ที่มีความกว้าง a หน่วย ความยาว b หน่วย และความสูง h หน่วย จะ

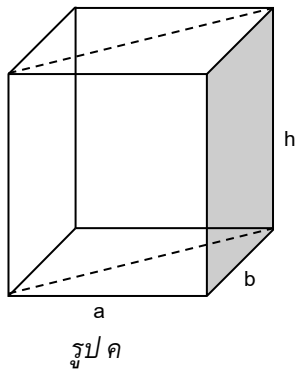
ได้

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก รูป ข เท่ากับ $(a \times b) \times h$ ลูกบาศก์หน่วย

หรือปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูง

ซึ่งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ คือ ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูงของปริซึม



ถ้าตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุมของหน้าตัด ดังรูป ค
จะได้ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉากสองแท่งที่มีขนาดเท่ากัน

ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

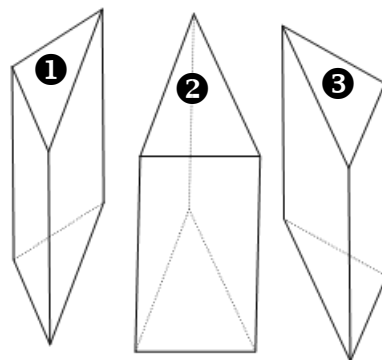
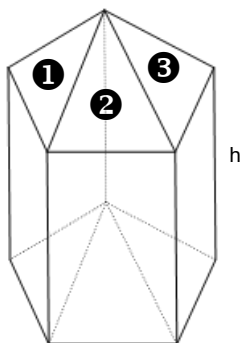
$$= \frac{1}{2} \times (\text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times (\text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว})\right) \times \text{ความสูง}$$

$$= \left(\frac{1}{2} ab\right) \times h \quad \text{ลูกบาศก์หน่วย}$$

$$= \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก} \times h \quad \text{ลูกบาศก์หน่วย}$$

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก $\times$ ความสูง



รูป ง

เราสามารถนำสูตรการหาปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมใดๆ ไปหาสูตรการหาปริซึมที่มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยมได้โดยแบ่งฐานของปริซึมหลายเหลี่ยมนั้นออกเป็นรูปสามเหลี่ยมหลายๆ รูป ตัวอย่างเช่น เราแบ่งปริซึมห้าเหลี่ยมซึ่งสูง

h หน่วย ออกเป็นปริซึมสามเหลี่ยม 3 รูป ได้ดังรูป ง จะได้

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปริซึมห้าเหลี่ยม} &= \text{ปริมาตรของปริซึม ①} + \text{ปริมาตรของปริซึม ②} + \\
 &\quad \text{ปริมาตรของปริซึม ③} \\
 &= (\text{พื้นที่ฐานของปริซึม ①} \times h) + (\text{พื้นที่ฐานของปริซึม ②} \times h) \\
 + &\quad (\text{พื้นที่ฐานของปริซึม ③} \times h) \\
 &= [(\text{พื้นที่ฐานของปริซึม ①} + \text{พื้นที่ฐานของปริซึม ②} + \\
 &\quad \text{พื้นที่ฐานของปริซึม ③})] \times h \\
 &= \text{พื้นที่ฐานของปริซึมห้าเหลี่ยม} \times h
 \end{aligned}$$

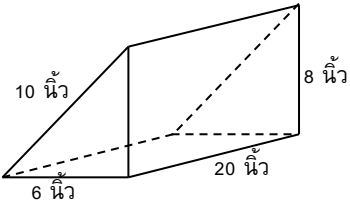
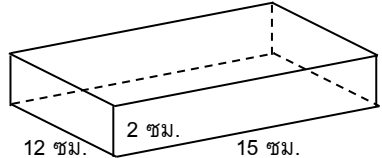
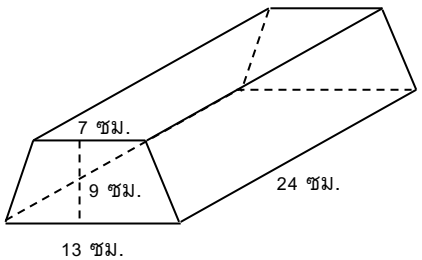
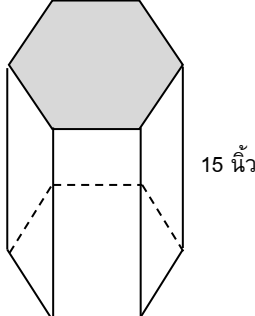
โดยทั่วไป สูตรการหาปริมาตรของปริซึมใด เป็นดังนี้

$$\text{ปริมาตรของปริซึมใดๆ} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

ใบงานที่
4

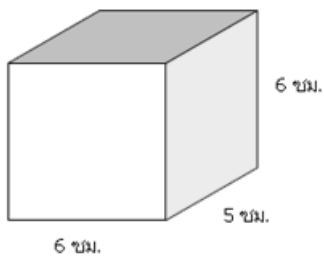
ปริมาตรของปริซึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาปริซึม แล้วเติมช่องว่างให้สมบูรณ์และถูกต้อง

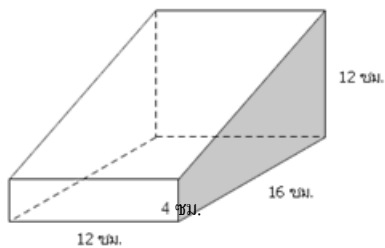
ปริซึม	การหาปริมาตรของปริซึม		ปริมาตร
	พื้นที่ฐาน	สูง	
1. 			
2. 			
3. 			
4.  พื้นที่ฐาน 90 ตารางนิ้ว			

การหาปริมาตรของปริซึม

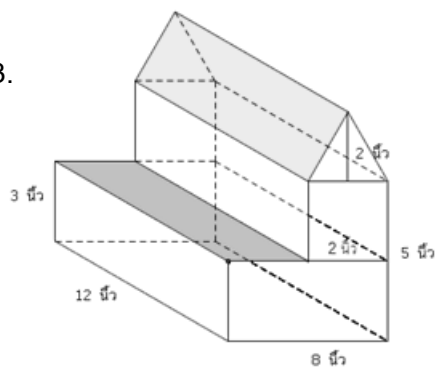
1.

[illegible]

2.

[illegible]

3.

[illegible]

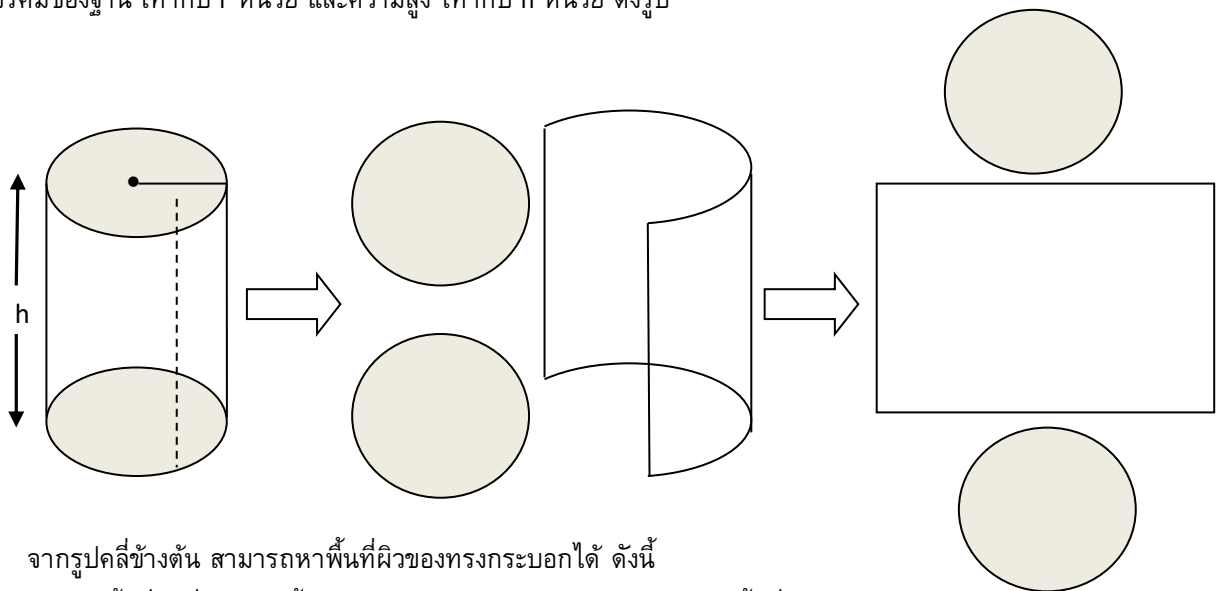


ทรงกระบอก

รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีหน้าตัดหรือฐานเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน เมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้รอยตัดเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกว่า ทรงกระบอก

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก หมายถึง ผลบวกของพื้นที่ด้านข้างกับพื้นที่ฐานทั้งสอง จากรูป พิจารณาทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐาน เท่ากับ r หน่วย และความสูง เท่ากับ h หน่วย ดังรูป



จากรูปคลี่ข้างต้น สามารถหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้ ดังนี้

- พื้นที่ผิวที่เป็นฐานทั้งสองของทรงกระบอก เท่ากับ สองเท่าของพื้นที่วงกลม
$$= 2\pi r^2 \text{ ตารางหน่วย}$$
- พื้นที่ผิวข้าง เท่ากับ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง เท่ากับความสูงของทรงกระบอก และความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมของฐานทรงกระบอก
จะได้

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวข้าง} &= h \times 2\pi r \text{ ตารางหน่วย} \\ &= 2\pi rh \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ดังนั้น **พื้นที่ผิวของทรงกระบอก** เท่ากับ สองเท่าของพื้นที่ฐาน รวมกับพื้นที่ผิวข้าง

$$= 2\pi r^2 + 2\pi rh \text{ ตารางหน่วย}$$

ใบงานที่
6

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกจากข้อมูลที่กำหนดให้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

ข้อ	รัศมี (r) (ซม.)	ความสูง (h) (ซม.)	พื้นที่ฐาน (ซม. ²)	พื้นที่ผิวข้าง (ซม. ²)	พื้นที่ทั้งหมด (ซม. ²)
1.	6.3	8			
2.	2.8	11			
3.	4.2	5			
4.	21	28			
5.	14	8.6			
6.	7	12.7			



ใบความรู้

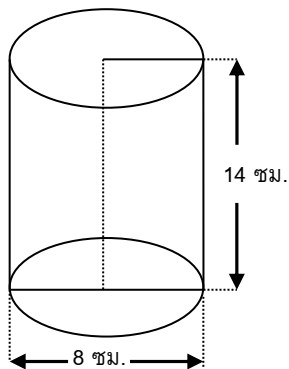
การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

ตัวอย่างที่ 1

หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง เท่ากับ 8 เซนติเมตร และสูง 14 เซนติเมตร

(กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ



เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



โจทย์กำหนดให้ ทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 8 เซนติเมตร

จะได้ รัศมียาว เท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของเส้นผ่านศูนย์กลาง

$$\begin{aligned}\text{รัศมี} &= \frac{1}{2} \times 8 \\ &= 4 \text{ เซนติเมตร}\end{aligned}$$

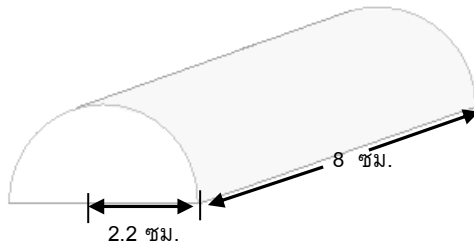
จากพื้นที่ผิวของทรงกระบอก เท่ากับ $2\pi r^2 + 2\pi rh$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &\approx (2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4) + (2 \times \frac{22}{7} \times 4 \times 14) \\ &\approx 100.57 + 352 \\ &\approx 452.57\end{aligned}$$

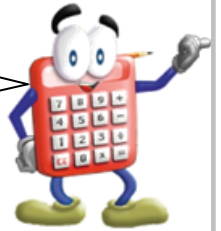
ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอกประมาณ 452.57 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2

หาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งมีฐานเป็นครึ่งหนึ่งของรูปวงกลมที่มีรัศมี 2.2 เซนติเมตร และมีความยาว 8 เซนติเมตร (กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)



เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



วิธีทำ

เนื่องจากรูปเรขาคณิตสามมิติรูปนี้ มีฐานเป็นครึ่งหนึ่งของรูปวงกลม

$$\text{จะได้ พื้นที่ฐาน เท่ากับ } \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \frac{1}{2} \pi (2.2)^2 \\ &\approx \frac{1}{2} \times 3.14 \times 2.2 \times 2.2 \\ &\approx 7.6 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

และพื้นที่ผิวข้าง เท่ากับ ความยาวเส้นรอบวง $\times$ ความสูง

$$\text{จะได้} \quad \text{พื้นที่ผิวข้าง} \text{ เท่ากับ } \frac{1}{2} \text{ ของเส้นรอบวง} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = \frac{1}{2} \times (2\pi r) \times h$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} \approx \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 3.14 \times 2.2 \right) \times 8$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = 55.26 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

พื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติ เท่ากับ สองเท่าของพื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

$$\text{พื้นที่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ} \text{ ประมาณ } (2 \times 7.6) + 55.26$$

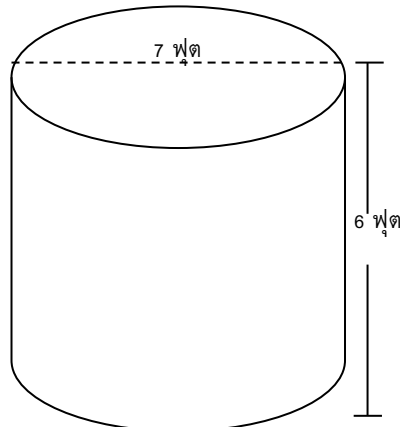
$$\approx 70.46 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติประมาณ 70.46 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3

ถังใส่ขยะทรงกระบอกสูง 6 ฟุต และเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของถังเท่ากับ 7 ฟุต ถ้าต้องการทาสีรอบถังภายนอกแต่ไม่ทาสีกันถังและฝาถัง โดยต้องจ่ายค่าสีตารางฟุตละ 30 บาท จะต้องจ่ายเงินประมาณเท่าไร (กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ



เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



$$\begin{aligned} \text{จากพื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก} & \quad \text{เท่ากับ} \quad 2\pi rh \\ \text{จะได้ พื้นที่ผิวภายนอกของถังใส่ขยะ} & \quad \text{เท่ากับ} \quad 2 \times \pi \times \left(\frac{7}{2}\right) \times 6 \text{ ตารางฟุต} \\ \text{พื้นที่ผิวภายนอกของถังใส่ขยะ} \quad \text{ประมาณ} & \quad 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 6 \\ & \quad \approx \quad 132 \text{ ตารางฟุต} \end{aligned}$$

ทาสี 1 ตารางฟุต ต้องจ่ายค่าทาสี 30 บาท

พื้นที่ทาสีประมาณ 132 ตารางฟุต ต้องจ่ายเงิน ประมาณ $30 \times 132 = 3,960$ บาท

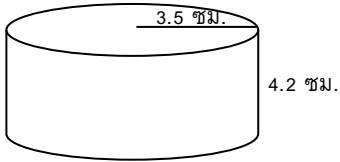
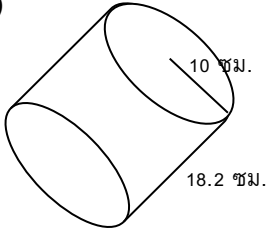
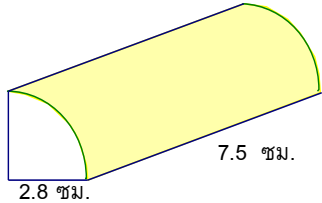
ดังนั้น ต้องจ่ายเงินค่าทาสีถังขยะประมาณ 3,960 บาท

ใบงานที่ 7

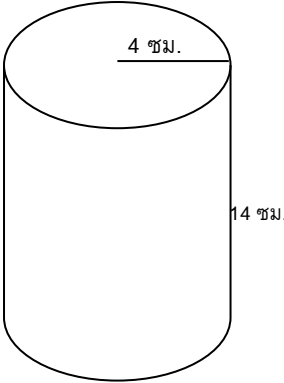
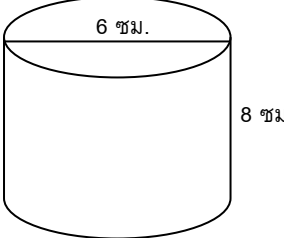
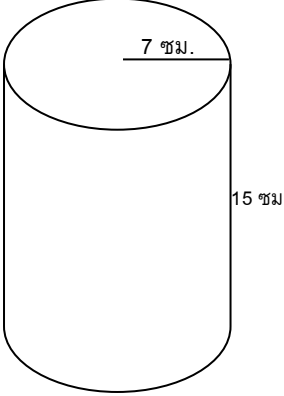
การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

1. ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกจากข้อมูลในตารางข้างล่างนี้

รูปทรงสามมิติ	รัศมี	ความสูง	พื้นที่ผิวข้าง (ตร.ซม.)
1) 			
2) 			
3) 			

2. ให้นักเรียนแสดงวิธีหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกต่อไปนี้

รูปสามมิติ	สิ่งที่กำหนดให้	พื้นที่ผิวข้าง (ตารางเซนติเมตร)
1) 	กระป๋องนี้รัศมี 4 เซนติเมตร สูง 14 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวด้านข้างเท่าใด (เมื่อ π มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$)	
2) 	กระป๋องใส่ลูกอมของลิดาสูง 8 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 เซนติเมตร มีพื้นที่ผิวด้านข้างเท่าไร (เมื่อ π มีค่าประมาณ 3.14)	
3) 	กระป๋องมันฝรั่งทอดใบนี้รัศมี 7 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวด้านข้างเท่าไร (เมื่อ π มีค่าประมาณ 3.14)	

3. แจกกันทรงกระบอกห่อด้วยกระดาษ ถ้าแจกกันอันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร ยาว 28 เซนติเมตร อยากทราบว่าต้องใช้กระดาษขนาดเท่าไร ถ้าการห่อครั้งนี้รวมหิ้วท้ายด้วย

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ถังเก็บน้ำของโรงเรียนทรงกระบอก จำนวน 2 ถัง วัตรศมีภายนอกได้ 1.4 เมตร สูง 3 เมตร ต้องการทาสีให้สวยงาม โดยไม่ทาสีกันถังและฝาถังและต้องจ่ายค่าทาสี ตารางเมตรละ 300 บาท อยากทราบว่า จะต้องเสียค่าทาสีเท่าใด

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. กระป๋องอาหารทรงกระบอกมีรัศมีภายในของฐาน 3.6 เซนติเมตร กระป๋องหนา 1 มิลลิเมตร เท่ากัน ตลอดและสูง 12 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวภายนอกของกระป๋องใบนี้

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

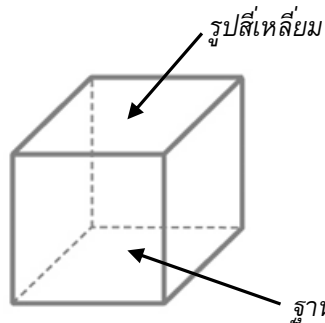
.....

.....

การหาปริมาตรของทรงกระบอก

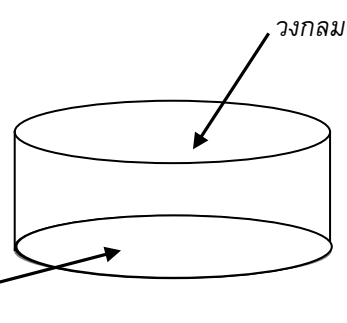
พิจารณาเปรียบเทียบการหาปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

ปริซึม



ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ทรงกระบอก



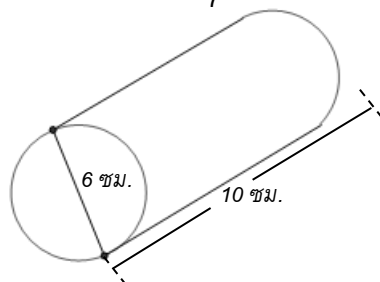
ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน x ความสูง
แต่พื้นที่ฐานของทรงกระบอกเป็นรูปวงกลม ซึ่งมีสูตร πr^2
ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

เมื่อ r แทนรัศมีของฐานทรงกระบอก

h แทนความสูงของทรงกระบอก

ตัวอย่างที่ 1 หาปริมาตรของทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง เท่ากับ 6 เซนติเมตร และยาว 10 เซนติเมตร
(กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$).

วิธีทำ



เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



จากโจทย์จะได้รัศมี เท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของเส้นผ่านศูนย์กลาง = $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ เซนติเมตร

ปริมาตรของทรงกระบอก เท่ากับ $\pi r^2 h$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \pi \times (3^2) \times 10 \\ &= 90\pi \approx 90 \times \frac{22}{7} \\ &\approx 282.86 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอกนี้ประมาณ 282.86 ลูกบาศก์เซนติเมตร

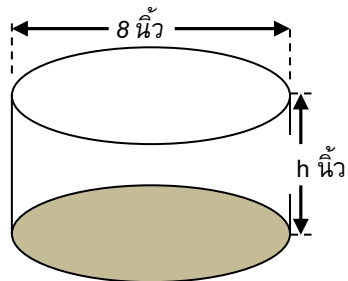
ตัวอย่างที่ 2

ลูกบาศก์น้ำ

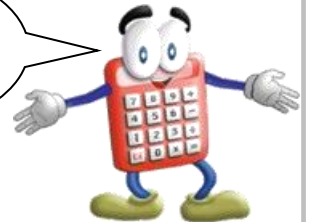
หาความสูงของทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง เท่ากับ 8 นิ้ว และปริมาตร เท่ากับ 120

(กำหนดให้ $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ



เปลี่ยนโจทย์ให้เป็น
รูปภาพก่อนนะจ๊ะ



รัศมีของทรงกระบอกยาว เท่ากับ $\frac{1}{2}$ ของเส้นผ่านศูนย์กลาง

$$\begin{aligned}\text{รัศมี} &= \frac{1}{2} \times 8 \\ &= 4 \text{ นิ้ว}\end{aligned}$$

ทรงกระบอกมีปริมาตร 120 ลูกบาศก์นิ้ว

จากปริมาตรของทรงกระบอก เท่ากับ $\pi r^2 h$

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi \times (4^2) \times h$$

$$120 \approx \frac{22}{7} \times 16 \times h$$

$$120 \approx \frac{352}{7} h$$

$$h \approx 120 \times \frac{7}{352}$$

$$h \approx 2.39 \text{ นิ้ว}$$

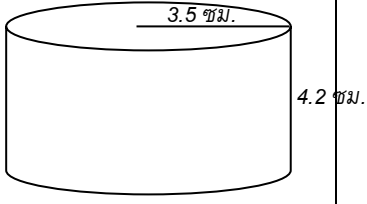
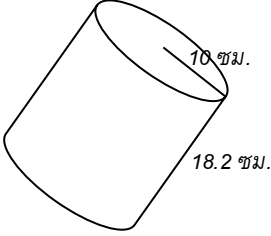
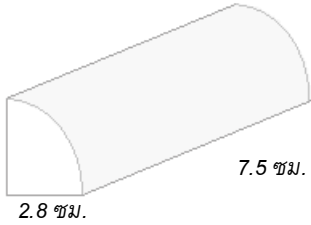
ดังนั้น ทรงกระบอกนี้มีความสูงประมาณ 2.39 นิ้ว

ใบงานที่ 8

ปริมาตรของทรงกระบอก

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาปริมาตรของทรงกระบอก

1. ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกจากข้อมูลในตารางข้างล่างนี้

รูปทรงสามมิติ	พื้นที่ฐาน (ตารางเซนติเมตร)	ความสูง (ตารางเซนติเมตร)	ปริมาตรของ ทรงกระบอก (ลูกบาศก์เซนติเมตร)
1) 			
2) 			
3) 			

2. กระป๋องทรงกระบอกใบหนึ่งมีปริมาตร 396 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้ากระป๋องสูง 14 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ฝากระป๋องใบนี้

วิธีทำ

3. ท่อน้ำทรงกระบอกอันหนึ่งมีปริมาตร 1,848 ลูกบาศก์เซนติเมตร สูง 3 เซนติเมตร จงหารัศมีของฐาน และพื้นที่ผิวของท่อน้ำ (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

วิธีทำ